gymnasium liestal

Abschlussprüfung 2016 – Mathematik schriftlich

Klassen F3a, F3b, F3c, F3d

Bemerkungen:	Die Prüfungsdauer beträgt 3 Stunden.
	Beginnen Sie jede Aufgabe auf einem neuen Blatt!
	Alle Zwischenergebnisse ungerundet weiterverwenden und nur das Endergebnis auf zwei Stellen nach dem Komma runden.
Hilfsmittel:	Die von Ihren Lehrpersonen bewilligten Taschenrechner und Formelsammlungen sind erlaubt.
	Alle Lösungswege müssen nachvollziehbar sein.
Punktetotal	82 Punkte

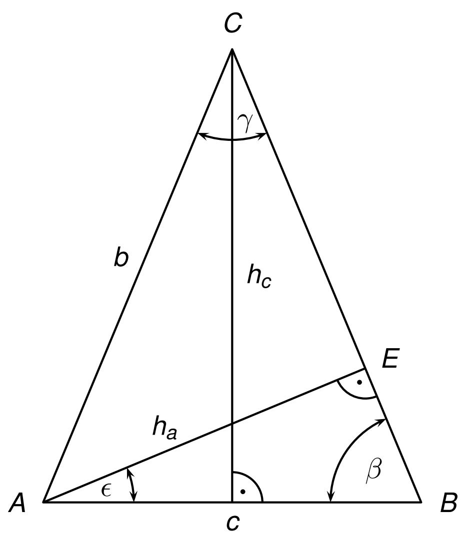
Aufgabe 1 : Trigonometrie (11 Punkte)

In einem gleichschenkligen Dreieck ABC ist die Seite b = 20 cm und der Winkel β = 65°.

a) Berechnen Sie den Winkel γ. (1P.)

b) Berechnen Sie weiter die fehlenden Längen c, h_a und h_c. (6P.)

c) Berechnen Sie den Flächeninhalt des kleinen Dreiecks AEB. (4P.)



Aufgabe 2 : Stereometrie (10 Punkte)

Ein Zelt hat die Form eines liegenden Prismas. Seine Grundfläche (=Stirnseite des Zeltes) ist ein gleichseitiges Dreieck mit der Seitenlänge $a = 4.3$ m. Die Höhe des Prismas (die Länge des Zeltes) ist doppelt so gross wie die Grundseitenlänge a.

a) Berechnen Sie zuerst die Höhe und danach das Volumen des Zeltes. (3P.)

b) Um das Volumen zu vergrössern, wird an die beiden Dreieckflächen jeweils ein stehender Halbkegel bündig an das Prisma angesetzt (vgl. Aufriss und Grundriss des neuen Körpers). Um wie viel Prozent nimmt damit das Zeltvolumen zu? (3P.)

Aufriss:

Grundriss:

c) Berechnen Sie, wie viel Stoff für die Herstellung 15 solcher Zelte ohne Bodenfläche notwendig ist, wenn für Nähte und Verschnitt 12 % mehr Stoff als eigentlich notwendig eingeplant werden muss. (2P.)

d) Wie weit kann eine 1.90 m grosse Person aufrecht stehend an die schräge Prismenwand des Zeltes herantreten? (2P.)

Aufgabe 3 : Potenzen und Wurzeln (12 Punkte)

Rechnen mit Potenzen und Wurzeln

a) Vereinfachen Sie:

i) $\frac{a^2 b}{c^2} : \frac{(ab)^2}{c^3}$ (geben Sie das Schlussresultat ohne Verwendung von negativen Exponenten an) (1.5P.)

ii) $\sqrt{\frac{a^4}{b^7}} \cdot \sqrt[3]{\frac{b^4}{a^5}}$ (geben Sie das Schlussresultat wieder in Wurzelschreibweise an) (2.5P.)

iii) $\frac{4a^2 - 4c^2}{2a + 2c}$ (2P.)

b) Lösen Sie die Gleichung nach x auf: (2P.)

$$\frac{5}{12}x^3 - \frac{5}{6} = \frac{155}{6}$$

Textaufgabe

c) Lea, Marco und Rolf diskutieren über die Trinkwasserknappheit. Dabei kommen sie auf die Idee abzuschätzen, wie viele Liter Wasser etwa auf der Erde im den Meeren gespeichert sind. Für ihre Abschätzung verwenden Sie folgende Annahmen: Die Erde ist eine Kugel mit einem Radius von 6370 km. 2/3 der Erdoberfläche ist mit Wasser bedeckt. Die durchschnittliche Meerestiefe betrage nach ihrer Annahme 4000 m.

Schätzen Sie mit diesen Angaben den Inhalt der Weltmeere in Litern ab und geben Sie das Resultat in wissenschaftlicher Schreibweise an. (4P.)

Aufgabe 4 : Wachstum und Zerfall (12 Punkte)

Geben Sie jeweils die Wachstumsfunktion der folgenden Teilaufgaben an. Die Einheiten sind anzugeben. Es kommen sowohl exponentielle also auch lineare Wachstumsprozesse vor:

a) Ein Vermögen von 10 000 Franken wird zu einem Zinssatz von 1.2 % angelegt. Es wird jährlich verzinst und der Zins wird zum Vermögen geschlagen und damit im nächsten Jahr mit verzinst (Zinseszins). (1P.)

b) Ein voller Brunnen mit einem Inhalt von 800 l wird leergepumpt. Die Förderleistung der Pumpe beträgt 35 Liter/Minute. (1P.)

c) Eine Bakterienkultur verdreifacht ihren Anfangsbestand von 1000 Individuen alle 2 Stunden. Konstruieren Sie die Wachstumsfunktion so, dass man die Zeit t in Stunden einsetzen kann. (1P.)

d) Der Neuwert von 50 000 Franken einer Maschine nimmt jedes Jahr um 40 % des aktuellen Wertes ab. (1P.)

Die Bevölkerung eines Staates beträgt Ende des Jahres 2010 4.5 Mio Einwohner. Man verzeichnet einen jährlichen Zuwachs von jeweils 2 % des Vorjahreswertes.

e) In welchem Jahr würde bei dieser Wachstumsrate die 6 Mio-Grenze geknackt? (3P.)

f) Um wie viele Prozent müsste die Bevölkerung jährlich wachsen, damit nach 10 Jahren 5 Mio Einwohner im Staat leben würden? Geben Sie die Prozentzahl auf zwei Nachkommastellen genau an. (2P.)

g) Die staatsinterne Nahrungsmittelproduktion kann Ende 2010 nur 3 Millionen Personen ernähren. Da der Staat aber die völlige Unabhängigkeit vom Ausland erreichen möchte, wird die Produktion jedes Jahr um 1/5 des aktuellen Wertes gesteigert. In welchem Jahr reicht die staatsinterne Nahrungsmittelproduktion erstmals, um alle Einwohner zu ernähren? (3P.)

Aufgabe 5 : Kombinatorik und Wahrscheinlichkeit (12 Punkte)

In einer Urne hat es 4 blaue, 3 grüne und 2 rote Kugeln. Die Kugeln gleicher Farbe sind jeweils identisch.

a) Auf wie viele voneinander verschiedene Arten könnte man alle diese Kugeln auf dem Tisch in einer Reihe anordnen? (2P.)

b) Alle neun Kugeln sind von 1 bis 9 durchnummeriert. Auf wie viele Arten könnten Sie mit einem Griff (also ohne Berücksichtigung der Reihenfolge) 2 Kugeln aus der vollen Urne ziehen? (2P.)

Wir betrachten nun folgenden Vorgang: Eine Kugel wird aus der Urne gezogen, das Ergebnis wird notiert und die Kugel wird nicht zurückgelegt. Danach wird nochmals eine Kugel gezogen und das Ergebnis notiert.

c) Zeichnen Sie einen vollständigen Baum, der einen Überblick über den Gesamtvorgang liefert. Beschriften Sie alle Äste mit den entsprechenden Wahrscheinlichkeiten. (3P.)

d) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit in der 1. Ziehung eine grüne Kugel zu ziehen? (1P.)

e) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit zuerst eine blaue, dann eine rote Kugel zu ziehen? (1P.)

f) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit nach den beiden Ziehungen eine grüne und eine rote Kugel gezogen zu haben? (2P.)

g) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit nach den beiden Ziehungen mindestens eine blaue Kugel gezogen zu haben? (2P.)

Aufgabe 6 : Lineares (13 Punkte)

Eine Gerade g schneidet die y-Achse an der Stelle 4 und hat eine Steigung von $-\frac{4}{5}$.

a) Zeichnen Sie die Gerade g in das Koordinatensystem auf Seite 7 ein und geben Sie eine Gleichung für diese Gerade an. (2P.)

b) Eine zweite Gerade h schneidet die x-Achse an derselben Stelle wie die Gerade g und verläuft senkrecht zur Geraden g. Zeichnen Sie diese Gerade ebenfalls in das Koordinatensystem auf Seite 7 ein.
Geben Sie die Steigung an und berechnen Sie den Achsenabschnitt der Geraden h. (3P.)

c) Woran erkennen Sie ob zwei Geraden parallel sind? Entscheiden und begründen Sie, ob die Gerade p, die durch die Gleichung $16.2 - 4.5y = 3.6x$ beschrieben wird, parallel zur Geraden g oder h verläuft. (2P.)

d) Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks, welches aus den Geraden g und h und der y-Achse gebildet wird. (2P.)

Textaufgabe

e) Sabrina erhält den Auftrag, für den Kindergarten neues Tonpapier zu kaufen. Bestellt sie im Katalog, dann entstehen Kosten von 0.20 CHF pro Bogen sowie Versandkosten von 5.50 CHF. Geht sie in den Hobbyladen in der Stadt einkaufen, kostet ein Bogen 0.25 CHF, dafür entstehen keine Versandkosten und der Verkäufer gewährt für Kindergärten einen Rabatt von 10 %.
Ab wie vielen Bögen wird das Katalogangebot günstiger als das Angebot des Hobbyladens? (4P.)

Aufgabe 7 : Quadratisches (12 Punkte)

Gegeben ist die Gleichung der Parabel $p_1 : y = x^2 - 4x + 1$

a) Zeichnen Sie mit Hilfe einer Wertetabelle den Graphen von p_1 ins Koordinatensystem auf Seite 6. (2P.)

b) Lesen Sie die Koordinaten des Scheitelpunktes ab und geben Sie damit die Funktionsgleichung der Parabel in der Scheitelpunktsform an. (2P.)

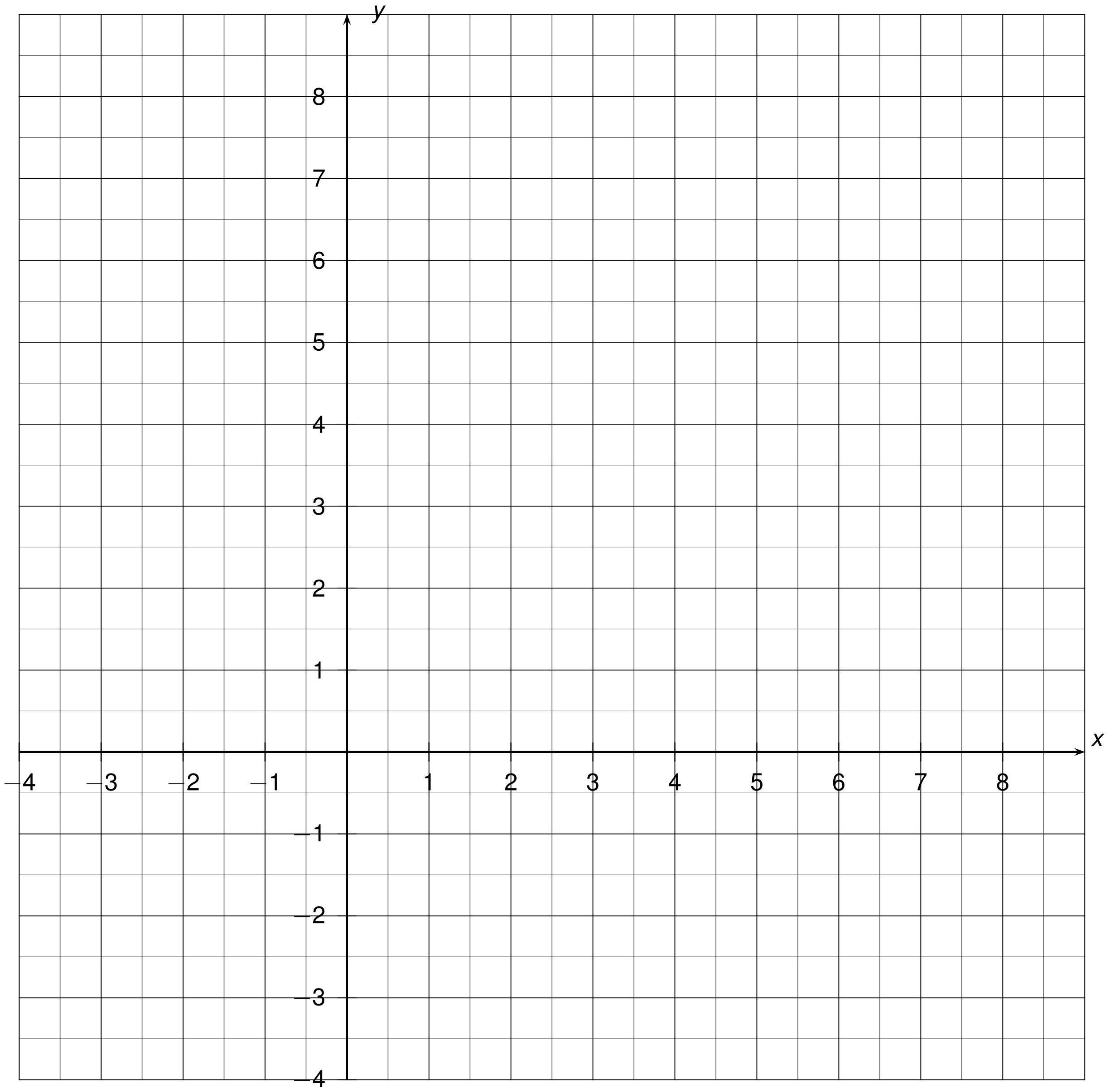
c) Beweisen Sie durch Rechnung, dass Ihre Scheitelpunktsform aus b) richtig ist. (1P.)

d) Berechnen Sie den y-Wert, bei welchem der Graph von p_1 die y-Achse schneidet. (1P.)

e) Verschiebt man die Parabel p_1 zuerst um zwei Einheiten nach rechts und zwei Einheiten nach oben und spiegelt sie dann an der x-Achse, so erhält man die Parabel p_2.
Skizzieren Sie die Parabel p_2 in das Koordinatensystem auf Seite 6, lesen Sie den Scheitelpunkt ab und bestimmen Sie die Funktionsgleichung dieser Parabel in Scheitelpunktsform. (3P.)

f) Bestimmen Sie rechnerisch die Koordinaten der Schnittpunkte der beiden Parabeln p_1 und p_2. (3P.)

Koordinatensystem für die Aufgabe Quadratisches



Koordinatensystem für die Aufgabe Lineares