

# gymnasium Iestal

Abschlussprüfung FMS 2013 – Mathematik

Klassen: F3a, F3b, F3d (Md, Pr, Rm)

---

Prüfungsdauer: 3h

Maximalpunktzahl: 60 Punkte.

Erlaubte Hilfsmittel: Taschenrechner TI-30eco oder ähnlich.  
Formelsammlung Fundamentum.

Bemerkungen: Beginnen Sie jede Aufgabe auf einem neuen Blatt.  
Bei jeder Aufgabe steht die jeweilige maximale Punktzahl.

---

## Lineares (10 Punkte)

- Zeichnen Sie die Gerade  $g : y = -\frac{4}{3}x + 3$  in das Koordinatensystem auf dem beigelegten Blatt. (1 P.)
  - Überprüfen Sie rechnerisch, ob der Punkt  $P(8 | -10)$  auf der Geraden  $g$  liegt. (2 P.)
  - Berechnen Sie die Gleichung der Geraden  $h$ , welche durch den Punkt  $P$  geht und rechtwinklig zur Geraden  $g$  steht. (2 P.)
  - Berechnen Sie den Winkel  $\alpha$  welchen die Gerade  $h$  mit der  $x$ -Achse bildet. (1 P.)
- Lösen Sie das Gleichungssystem: (2 P.)

$$\begin{cases} 10x + 11y + 5 = 0 \\ 12x + 13y + 7 = 0 \end{cases}$$

- Gibt Schreinerlehrling Thomas seiner Kollegin Barbara 3 Schrauben ab, so haben beide gleich viel; gibt Barbara Thomas 2 Schrauben, so hat er 6-mal so viel wie sie. Wie viele Schrauben hat jeder? (2 P.)

### Quadratisches (10 Punkte)

4. Die dritten FMS-Klassen planen ihren jährlichen Abschlussball für die ganze Schule. Der finanzielle Aufwand beträgt erfahrungsgemäss 16 Franken pro Teilnehmer. Die Teilnehmerzahl  $n$  ist umso kleiner, je höher der Eintrittspreis  $p$  ist:

$$n(p) = -8 \cdot p + 384$$

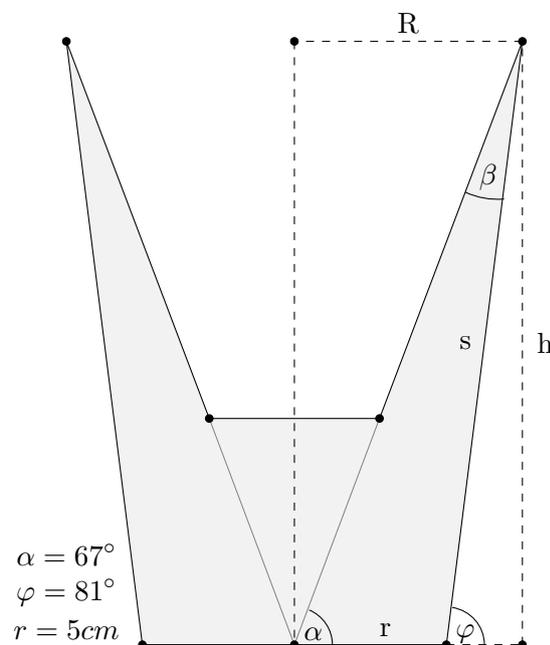
- Bestimmen Sie den Aufwand  $A$  als Funktion des Eintrittspreises  $p$ :  $A(p)$ . (2 P.)
- Geben Sie die Einnahmen  $E = n \cdot p$  ebenfalls als Funktion von  $p$  an:  $E(p)$ . (2 P.)
- Formulieren Sie damit auch den Gewinn  $G = E - A$  als Funktion von  $p$ :  $G(p)$ . (2 P.)
- Berechnen Sie den Eintrittspreis  $p_{max}$ , für den der Gewinn maximal wird. (2 P.)
- Mit wie vielen Teilnehmern müssen die Klassen beim Preis  $p_{max}$  rechnen? (2 P.)

### Geometrisches/Trigonometrisches (10 Punkte)

5. Die Chefin des Designateliers will für das neuentworfene Vasenmodell die Kosten für verschiedene Materialien berechnen. Dafür bittet sie Praktikantin Vivi, das Volumen  $V$  der Vase kubikzentimetergenau zu berechnen. Vivi hat noch eine Skizze (siehe Abbildung) mit einigen Daten. Sie weiss auch noch, dass Aussen- wie Innenform jeweils ein Kegelstumpf sind und dass die Vase ein Fassungsvermögen von 1 Liter hat. Vivi überlegt und findet einen Weg, das gesuchte Volumen  $V$  zu berechnen:

- “Den Winkel  $\beta$  kann ich sofort angeben.” (2 P.)
- “Zuerst bestimme ich die Mantellinie  $s$ .” (2 P.)
- “Daraus erhalte ich die Höhe  $h$ .” (2 P.)
- “Dann auch den oberen Kantenradius  $R$ .” (2 P.)
- “So kann ich mit allen Angaben schliesslich das gesuchte Volumen  $V$  berechnen.” (2 P.)

Machen Sie es Vivi nach! Bemerkungen: Markieren Sie ihre allfälligen Hilfsvariablen sorgfältig in der Skizze. Sollte Ihnen eine der Teilaufgaben (a) bis (d) nicht gelingen, schätzen Sie für das Weiterrechnen aus der Skizze die benötigten Werte und geben Sie dies deutlich an.



### Potenzen und Wurzeln (10 Punkte)

6. Vereinfachen Sie die Ausdrücke soweit wie möglich. Die Resultate dürfen keine Klammern und keine negativen Exponenten enthalten.

(a)  $\frac{a^{-12}}{a^9}$  (1 P.)

(b)  $x^5 \cdot x^{-6}$  (1 P.)

(c)  $(25^{-3})^6$  (1 P.)

(d)  $(-3a)^{-4}$  (1 P.)

(e)  $\frac{[(a^3ba^{-1}b^2)a^{-2}]^2}{b}$  (1 P.)

7. Vereinfachen Sie die Ausdrücke soweit wie möglich. Die Resultate dürfen keine Wurzelzeichen enthalten.

(a)  $\sqrt[3]{8x^6}$  (1 P.)

(b)  $\sqrt{16a^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[3]{x^6}}$  (1 P.)

8. Geben Sie die Resultate in wissenschaftlicher Schreibweise an.

- (a) Der mittlere Erdradius beträgt 6'371km, die mittlere Dichte der Erde  $5,515 \frac{g}{cm^3}$ . Wie gross ist die Masse in Tonnen, wenn wir annehmen, dass die Erde eine perfekte Kugel sei? (2 P.)

- (b) Wie viele kg sind  $0.0268\mu g$  (Mikrogramm)? (1 P.)

### Exponentielles (10 Punkte)

9. Karin kauft sich einen Computer für CHF 1250.-. Der Wert des PCs nimmt exponentiell ab. Nach 4.5 Jahren möchte sie sich ein neues Modell kaufen und versteigert deshalb den alten PC auf Ricardo.ch. Das beste Angebot beträgt CHF 350.-. Sie macht sich folgende Gedanken:

- (a) Wie lautet die Funktion, die den Wertverlauf des PCs beschreibt? (2 P.)

- (b) Um wie viel Prozent nahm der Wert des PCs jährlich ab? (2 P.)

- (c) Wie viel hätte sie erhalten, wenn sie den PC bereits nach 3 Jahren verkauft hätte? (2 P.)

- (d) Nach wie vielen Monaten hätte sie den Computer verkaufen müssen, um noch CHF 900.- zu erhalten? (Das Resultat auf ganze Monate aufrunden) (2 P.)

10. Eine Erbschaft von CHF 500'000 soll so auf zwei Enkelkinder verteilt werden, dass beide beim Erreichen der Volljährigkeit (also mit 18 Jahren) über den gleichen Betrag verfügen. Die beiden Teile der Erbschaft können zu  $p = 3\%$  angelegt werden. Wie muss die Erbschaft aufgeteilt werden, wenn die Enkelkinder heute 4 und 9 Jahre alt sind? (2 P.)

### Stochastisches (Statistik, Kombinatorik, Wahrscheinlichkeit) (10 Punkte)

11. Die sieben Zwerge (*Jäger*, *Chef*, *Schlafmütze*, *Brummbär*, *Happy*, *Pimpel* und *Hatschi*) sitzen um den Tisch herum und unterhalten sich über den vergangenen Arbeitstag. Sie stellen sich allerlei mathematische Fragen:

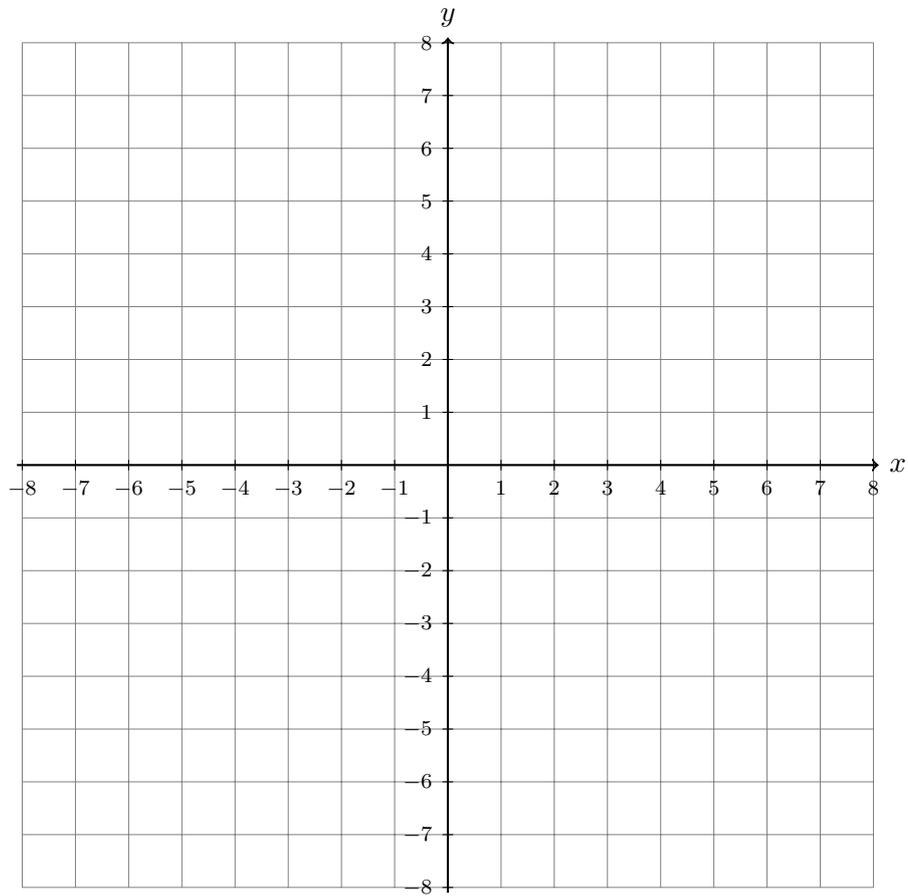
- (a) Jeder der Zwerge hat eine bestimmte Menge Eisenerz geschürft:

Jäger	Chef	Schlafmütze	Brummbär	Happy	Pimpel	Hatschi
50kg	70kg	40kg	50kg	90kg	90kg	30kg

Berechnen Sie ohne Anwendung der Statistikfunktionen des Taschenrechners für diese Aufzählung folgende Kennzahlen:

- i. Den Mittelwert/das arithmetische Mittel (1 P.)
  - ii. Den Median (1 P.)
  - iii. Die Spannweite (1 P.)
  - iv. Die Standardabweichung ( $\sigma_n$ ) (1 P.)
- (b) In wie vielen verschiedenen Reihenfolgen können die sieben Zwerge von ihrem Arbeitstag erzählen, wenn jeder genau einmal drankommt? (1 P.)
- (c) Das Los entscheidet jeweils, welche zwei Zwerge zusammen den Abwasch machen. Wie viele verschiedene Paarungen sind möglich? (1 P.)
- (d) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass es an zwei Abenden nacheinander für den Abwasch gerade *Jäger* und *Brummbär* trifft? (1 P.)
- (e) Das Los entscheidet auch, wer von den Zwergen jeweils den Tisch putzen muss.
- i. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass *Happy* dreimal hintereinander putzen muss? (1 P.)
  - ii. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass *Happy* in sieben Tagen mindestens einmal putzen muss? (1 P.)
  - iii. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass in sieben Tagen jeden Tag ein anderer Zwerg zum Putzen ausgelost wird? (1 P.)

### Koordinatensystem zu Aufgabe 1a



Da diese Zeichnung Teil der Prüfung ist, schreiben sie bitte Ihren Namen in die unten stehende Box!