gymnasium liestal

Abschlussprüfung 2010 – Mathematik schriftlich

Klassen F3a, F3b, F3c, F3d

Bemerkungen: Die Prüfungsdauer beträgt 3 Stunden
Beginnen Sie jede Aufgabe mit einem neuen Blatt!

Hilfsmittel: Die von Ihren Lehrpersonen bewilligten Taschenrechner und Formelsammlungen

Punkteverteilung:

1	2	3	4	5	6	7	8
10	10	10	10	10	10	10	10

Aufgabe 1: Kombinatorik und Wahrscheinlichkeit (10 Punkte)

An einem Kindergeburtstag steht eine Schachtel mit 52 Schokodrops auf dem Tisch. An der Party nehmen 6 Kinder teil.

1. Auf wie viele Arten kann man aus den 52 Schokodrops 6 beliebige auswählen? (1P.)
2. Die Kinder streiten sich, wer zuerst ein Schokodrop nehmen darf. Wieviele verschiedene Reihenfolgen sind denkbar? (1P.)

In der Schachtel sind 32 gelbe und 20 rote Schokodrops.

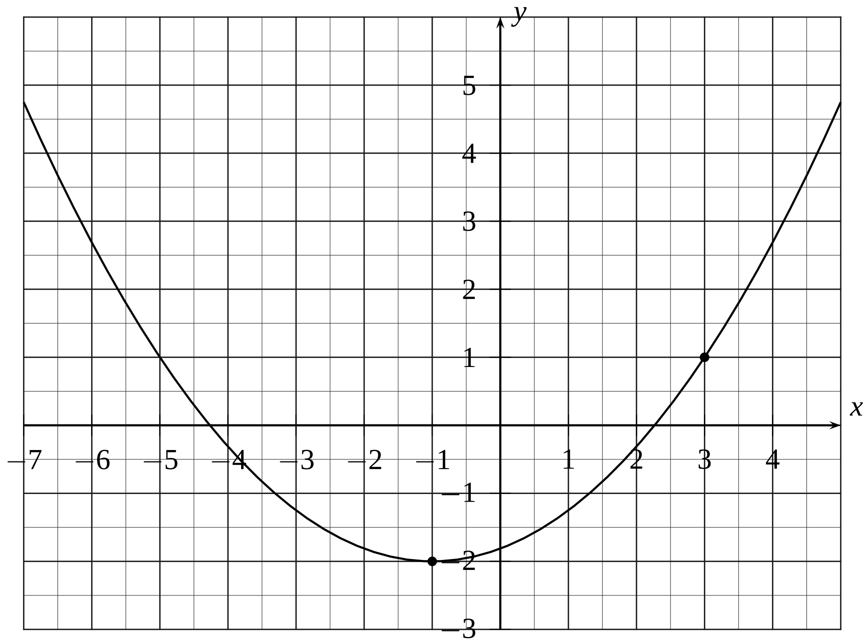
3. Auf wie viele Arten könnte man die 52 Schokodrops in einer Reihe anordnen? (2P.)
4. Ein Kind nimmt aus der noch vollen Schachtel wahllos ein Schokodrop heraus und isst es. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass es ein gelbes Schokodrop erwischt hat? (1P.)
5. In einer andern Schachtel sind 26 gelbe und 15 rote Schokodrops. Nun kommt Hans und nimmt mit einem Griff 4 Schokodrops heraus. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass
   a) alle 4 Schokodrops rot sind, (1.5P.)
   b) mindestens eines gelb ist, (1.5P.)
   c) 3 gelb und eines rot ist? (2P.)

Aufgabe 2: Exponentielles (10 Punkte)

1. Lösen Sie die Gleichung $25 \cdot 3^x = 1000$ durch umformen nach x auf. (2P.)
2. Eine Stadt hat am Anfang des Jahr 2001 23'000 Einwohner. Die Bevölkerung wächst exponentiell um 3% in jedem Jahr.
   a) Stellen Sie die Wachstumsfunktion $B(t)$ auf. (1P.)
   b) Berechnen Sie den Bestand nach 10 Jahren. (1P.)
   c) In welchem Jahr wohnen 40'000 Einwohner in der Stadt? (2P.)
   d) Um welchen Prozentsatz müsste die Bevölkerung jedes Jahr wachsen, damit sich die Einwohnerzahl innert 30 Jahren verdoppelt? (2P.)
   e) Eine andere Stadt hat im Jahr 2001 30'000 Einwohner. Die Bevölkerung nimmt exponentiell ab um 1% in jedem Jahr. In welchem Jahr haben die beiden Städte gleich viele Einwohner? (2P.)

Aufgabe 3: Quadratisches (10 Punkte)

1. Lesen Sie aus der Grafik die Scheitelpunktsform ab und berechnen Sie auch die Normalform. (2P.)



2. Gegeben ist die Funktionsgleichung $y = -1.5x^2 - 9x - 9.5$.
Berechnen Sie die Koordinaten des Scheitelpunktes und skizzieren Sie die Funktion, indem Sie insgesamt 7 Punkte in das Koordinatensystem (das Koordinatensystem finden Sie auf Seite 7) eintragen und anschliessend verbinden. (4P.)

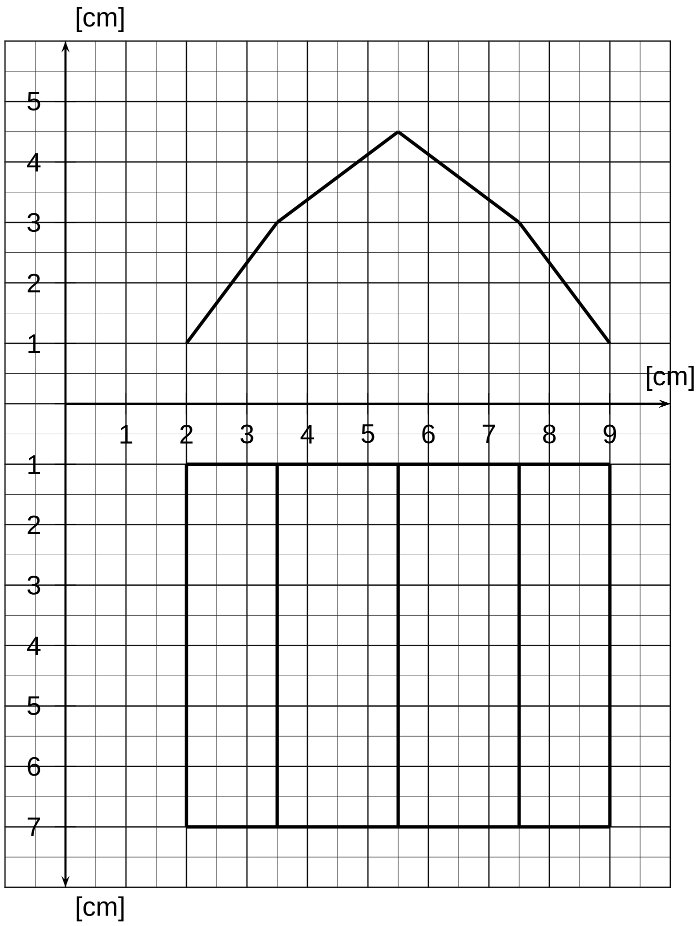
3. a) Bestimmen Sie alle für x möglichen Lösungen der Gleichung $9x^2 - 30x + 16 = 0$. (1.5P.)

   b) Bestimmen Sie alle für x möglichen Lösungen der Gleichung $x(3x-7) = (x+2)^2 + x - 4$. (2.5P.)

4. Auf den Seiten $a = 9\,\text{cm}$ und $b = 5\,\text{cm}$ eines Rechtecks werden von jeder Ecke aus im gleichen Umlaufsinn $x\,\text{cm}$ lange Strecken abgetragen und ihre Endpunkte verbunden. Der Flächeninhalt y des entstehenden Parallelogramms soll möglichst klein werden. Berechnen Sie x. (2P.)
Tipp: Beachten Sie, dass das Rechteck stets aus dem Parallelogramm und vier rechtwinkligen Dreiecken besteht.

Aufgabe 4: Raum **(10 Punkte)**

1. Eine Mansarde ist im Massstab 1:100 in Grund- und Aufriss gezeichnet. Wie gross sind Dachraum und Dachfläche in Wirklichkeit? (7P.)



2. Ein zylinderförmiger Schleifstein mit einem Durchmesser von 6 dm und einer Dicke von 2 dm hat zur Aufnahme der Welle ein zylinderförmiges Loch mit einem Durchmesser von 1 dm. Wie gross ist sein Gewicht, wenn die Dichte 7.2 g/cm^3 ist? (3P.)

Aufgabe 5: Potenzen und Wurzeln (10 Punkte)

1. Vereinfachen Sie so weit wie möglich. In den Resultaten dürfen keine Klammern und keine negativen Exponenten auftreten.
   a) $5^{10} \cdot 5^{-11}$ (0.5P.)
   b) $\dfrac{x^{10}}{x^{-11}}$ (0.5P.)
   c) $\left(x^{10}\right)^{-3}$ (0.5P.)
   d) $(-2x)^{-10}$ (0.5P.)
   e) $\left(\dfrac{-2}{x}\right)^{-9}$ (1P.)
   f) $\left(\dfrac{-2^{-2} \cdot y^3}{3^{-2} \cdot x^{-1}}\right)^{-4}$ (1P.)
2. Vereinfachen Sie so weit wie möglich. In den Resultaten dürfen keine Wurzeln auftreten.
   a) $\sqrt{64a^6}$ (0.5P.)
   b) $\left(\sqrt[3]{6a^7} \cdot \sqrt[3]{36a^{-1}}\right)^{-4}$ (1.5P.)
3. Wie viel cm^2 sind $233.3\,\text{m}^2$? Geben Sie das Resultat in der Normschreibweise an. (2P.)
4. Wie viel m^3 sind $0.3631\,\text{cm}^3$? Geben Sie das Resultat in der Normschreibweise an. (2P.)

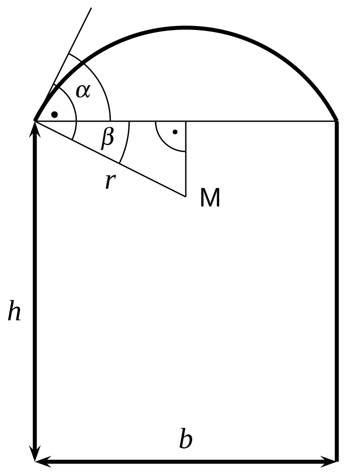
Aufgabe 6: Lineares (10 Punkte)

Die Gerade g verläuft durch die beiden Punkte A(-1|-1.5) und B(6.5|0.5). Eine zweite Gerade s hat die Steigung -3.5 und den y-Achsenabschnitt 8.5. Die beiden Geraden schneiden sich im Punkt E.

1. Skizzieren Sie die beiden Geraden g und s in das Koordinatensystem (das Koordinatensystem finden Sie auf Seite 8). (1P.)
2. Wie lauten die Gleichungen der beiden Geraden g und s? (3P.)
3. Berechnen Sie den spitzen Schnittwinkel zwischen den beiden Geraden g und s. (2P.)
4. Die beiden Geraden g und s schliessen, ausgehend vom Punkt E, mit den beiden Koordinatenachsen ein Viereck ein. Berechnen Sie den Flächeninhalt dieses Vierecks. (4P.)

Aufgabe 7: Trigonometrie (10 Punkte)

Ein Tunnelquerschnitt mit kreisbogenförmiger Decke ist durch die Tunnelsohle $b = 6\,\mathrm{m}$, Tunnelwandhöhe $h = 8\,\mathrm{m}$ und dem Deckenauflagewinkel $\alpha = 75^\circ$ bestimmt. M ist der Mittelpunkt des Gewölbekreises und r der entsprechende Radius.



1. Berechnen Sie β. (1P.)
2. Wie gross ist der Radius des Tunneldeckengewölbes? (3P.)
3. Wie hoch ist die maximale Tunnelhöhe? (2P.)
4. Wie gross ist die Tunnelquerschnittsfläche? (3P.)
   (Falls Sie diese Aufgabe nicht lösen konnten, rechnen Sie mit der (falschen) Querschnittsfläche $A = 50\,\mathrm{m}^2$ weiter.)
5. Wie viele Kubikmeter Material musste beim Tunnelbau weggeführt werden, wenn die Tunnellänge $l = 4\,\mathrm{km}$ begträgt? (1P.)

Aufgabe 8: Statistik (10 Punkte)

Beim Krafttraining unterscheidet man heutzutage hauptsächlich zwischen zwei Philiosophien: das Ein-Satz-Training (ich mache einmal 10-12 Wiederholungen) und das Mehr-Satz-Training (ich mache mehrmals 10-12 Wiederholungen). In einer Studie wurden zum Test die beiden Methoden am Muskelzuwachs des Oberarms (Bizeps) gemessen. Nach einer bestimmen Zeit wurde das Wachstum jedes einzelnen Probanden (Sportlers) in cm gemessen und in Klassen eingeteilt:

Versuch Muskelzuwachs		
Wachstum in cm (Klassenmitten)	**Ein-Satz-Training** Absolute Häufigkeit (Anzahl Probanden)	**Mehr-Satz-Training** Absolute Häufigkeit (Anzahl Probanden)
1	14	11
2	19	21
3	14	23
4	22	18
5	16	12

1. Zeichnen Sie ein Histogramm mit den relativen Häufigkeiten für die Methode des Ein-Satz-Trainings. (2P.)

2. Bestimmen Sie für die Methode des Ein-Satz-Trainings: Mittelwert $\bar{x}$, Median $\tilde{x}$, Spannweite R und Standardabweichung s. (4P.)

3. Für die Trainingsmethode des Mehr-Satz-Trainings haben sich folgende Werte ergeben:

   - Mittelwert $\bar{x} = 2.988\,\text{cm}$
   - Median $\tilde{x} = 3\,\text{cm}$
   - Spannweite $R = 4\,\text{cm}$
   - Standardabweichung $s = 1.241\,\text{cm}$

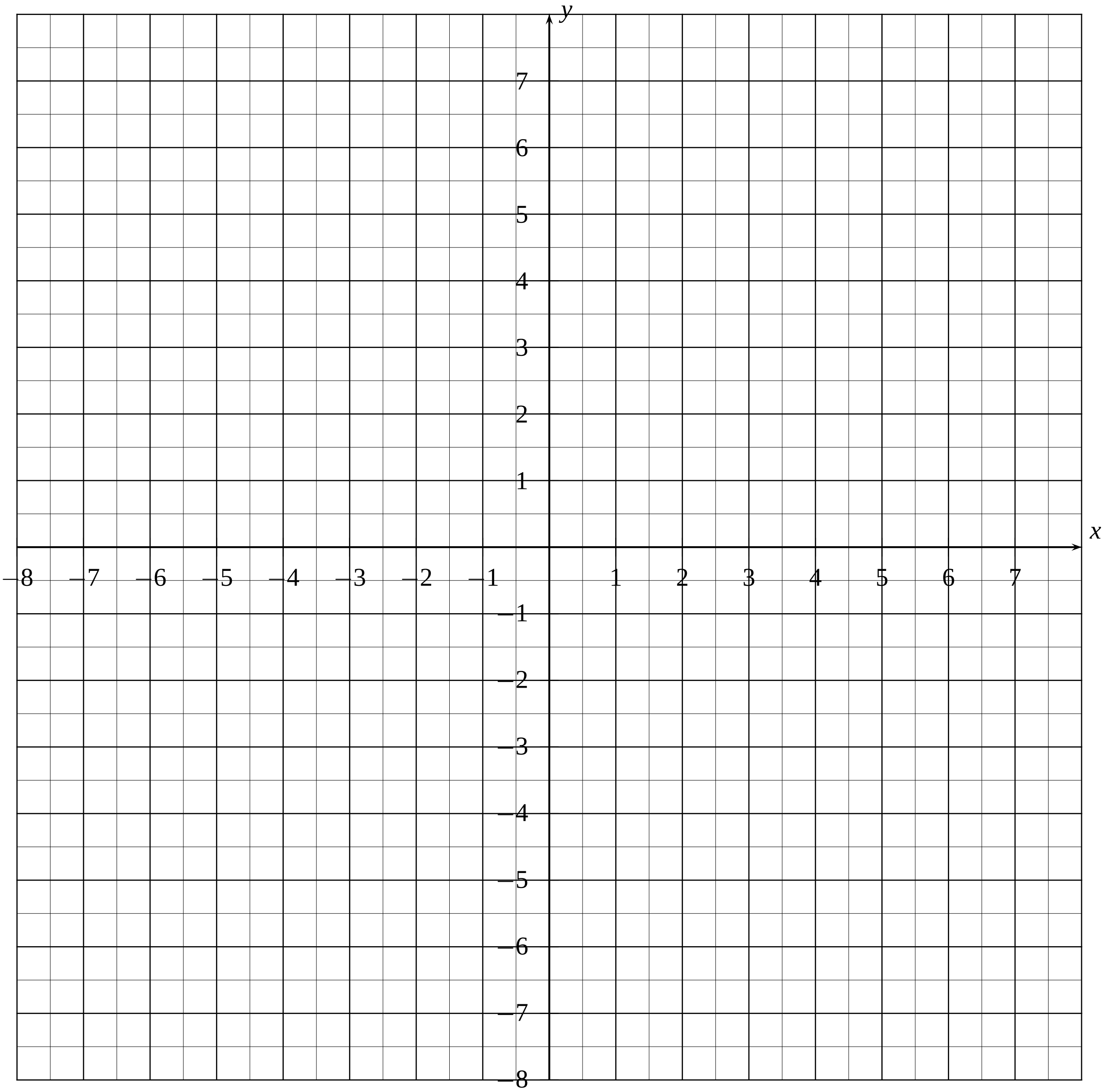
   Vergleichen Sie die Trainingswirkung der beiden Methoden: welche Methode würden Sie (wenn Sie möglichst viel Muskelwachstum zum Ziel haben) in Zukunft einsetzen? Begründen Sie Ihre Auswahl. (1P.)

4. Bei einer weiteren Trainingsmethode (Pyramidentraining) wurde bei der statistischen Erfassung ein wenig geschummelt. Bei 120 Werten wurde ein Mittelwert von 3.12 cm und eine Standardabweichung von 1.2 cm ermittelt. Eine Kommission, die die Daten überprüft, stellt fest, dass in der geordneten Liste die 5 kleinsten Werte 0.6 cm, 0.8 cm, 1.1 cm, 1.2 cm und 1.3 cm (absichtlich) nicht berücksichtigt wurden.

   a) Wie gross wäre der Mittelwert bei korrekter Berechnung mit allen 125 Werten? (2P.)

   b) Wie verändert sich die Standardabweichung bei korrekter Berechnung mit allen 125 Werten: wird sie kleiner, grösser oder bleibt sie gleich? Begründen Sie Ihre Antwort in Worten (ohne Berechnung). (1P.)

Koordinatensystem zu Aufgabe 3



Koordinatensystem zu Aufgabe 6