

Abschlussprüfungen 2009 – Mathematik schriftlich

Klassen: F3a, F3b, F3c, F3d (Mh, Fr, Mo, Me)

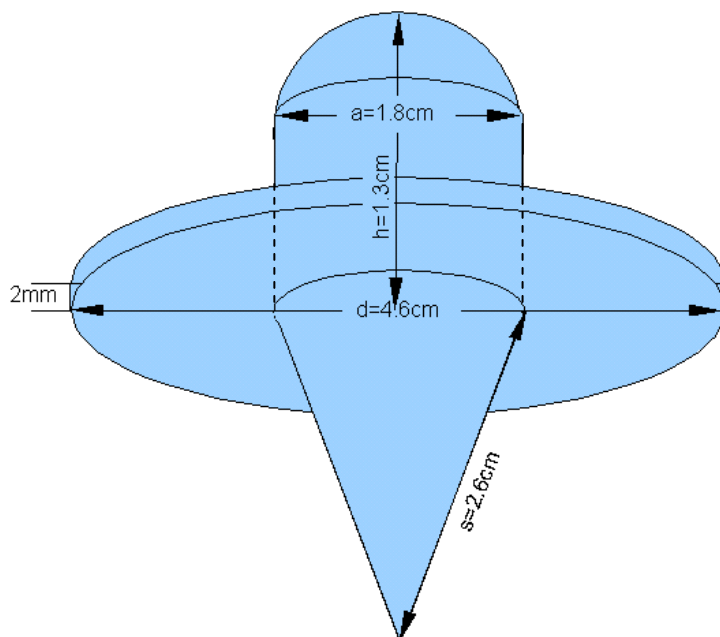
Prüfungsdauer: 3 h

Erlaubte Hilfsmittel: Taschenrechner, Fundamentum

Jede Aufgabe gibt 10 Punkte.

Aufgabe 1: Raum

Der unten dargestellte Kreisel, der aus einer Halbkugel, zwei Zylindern und einem Kegel besteht, soll aus Holz hergestellt werden, das eine Dichte von 700 g/dm^3 besitzt.



- Zeichnen Sie maßstabsgetreu den Grund- und Aufriss des Kreisels. (3P)
- Berechnen Sie die Masse des Kreisels in Gramm. (5P)
- Der Kreisel wird am zylinderförmigen Stift zwischen die Finger genommen, um ihn auf der Spitze rotieren zu lassen. Um die Spitze vor einer übermäßigen Abnutzung zu schützen, soll der Kegel mit einem Blechmantel überzogen werden.

Wie gross ist der Flächeninhalt des Blechmantels? (2P)

Aufgabe 2: Lineare Funktionen

In einem Spital wird einer Patientin eine Infusion gelegt, d.h. aus einer Infusionsflasche wird eine Kochsalzlösung sehr langsam in die Blutbahn eingeträufelt. Die computergesteuerte Messung des Flascheninhaltes zu verschiedenen Zeitpunkten ergab folgende Tabelle:

Zeit t in min	30	60	90	120
Flascheninhalt V in cm^3	950	750	550	350



- Erstellen Sie ein Koordinatensystem zur Darstellung des Zusammenhangs zwischen der Zeit t und dem Flascheninhalt V . Tragen Sie die angegebenen Werte ein. (1P)
- Geben Sie die Funktionsgleichung $V(t)$ an und zeichnen Sie den Graphen dieser linearen Funktion in das Koordinatensystem von Aufgabe a). (2P)

Falls Sie die Aufgabe b) nicht lösen konnten, verwenden Sie die Funktion $V(t) = -\frac{22}{3}t + 1200$.

- Berechnen Sie die Nullstelle dieser Funktion. Welche Bedeutung hat dieser Wert für dieses Anwendungsbeispiel? (2P)
- Berechnen Sie den Flascheninhalt nach einer Zeit von 52 Minuten. (1P)

Nachdem ein Infekt bei der Patientin nachgewiesen wurde, wird ihr ab der 70. Minute zusätzlich zur Kochsalzlösung aus einer zweiten Flasche ein Antibiotikum intravenös verabreicht (s. Abbildung). Dazu wird der gesamte Inhalt der vollen 550 cm^3 fassenden Flasche innerhalb von genau 3 Stunden in die Blutbahn eingeträufelt.

- Geben Sie die Funktionsgleichung des Flascheninhaltes der Antibiotikumflasche in Funktion der Zeit an und tragen Sie deren Graphen in dasselbe Diagramm von Aufgabe a) ein. (2P)
- Berechnen Sie den Zeitpunkt, zu dem der Inhalt der beiden Infusionsflaschen genau gleich gross ist. (2P)

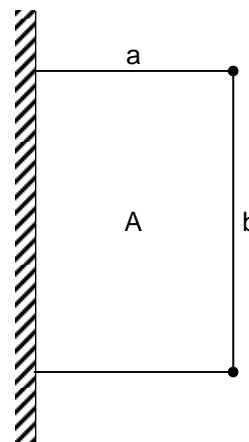
Aufgabe 3: Zins und Zinseszins

Am 1. Januar 2000 legen Sie Fr. 5000.– zu einem festen Zinssatz von 2.5% an.

- Welchen Betrag könnten Sie am 31. Dezember 2012 abheben?
Auf ganze Franken runden! (2P)
- Zu welchem Zinssatz hätte man das Geld anlegen müssen, damit Sie am selben Datum Fr. 8'000.– abheben könnten?
Auf Zehntel-Prozent runden! (3P)
- Berechnen Sie auf 2 Stellen nach dem Komma (nicht ausprobieren!), wie viele Jahre Sie warten müssten, bis Sie mit dem festen Zinssatz von 2.5% Fr. 6000.– auf Ihrem Konto haben? (3P)
- Eine andere Bank rechnet nicht jährlich, sondern halbjährlich am 30. Juni und am 31. Dezember den Zins zum Kapital. Wie gross muss dieser Semesterzinssatz sein, damit nach einem Jahr das Kapital gleich gross ist wie bei der jährlichen Verzinsung mit 2.5%?
Auf Zehntel-Prozent runden! (2P)

Aufgabe 4: Quadratische Gleichungen und Funktionen

Bauer Willi will für seine Kaninchen ein Freigehege bauen. Dieses Gehege soll rechteckig werden. Die Kaninchen wohnen in der Scheune und sollen von dort durch ein Loch in der Wand ins Freie gelangen können. Bauer Willi verfügt über 20 m Zaun, die er vollständig verwenden will. Auf der linken Seite wird das Gehege durch die Scheunenwand begrenzt.



- a) Finden Sie einen allgemeinen Ausdruck für den Flächeninhalt A des Geheges, wenn die Breite a des Rechtecks als gegeben angenommen wird und Bauer Willi die gesamten 20 m Zaun verwendet. (3P)

Falls Sie keine Lösung finden, rechnen Sie weiter mit $A(a) = -2a^2 + 20a$.

- b) Finden Sie exakt diejenigen Längen a und b , für welche der Flächeninhalt des Geheges maximal wird. (3P)

Bauer Willi entscheidet sich anders. Ein rechteckiges Gehege soll nun auf allen 4 Seiten durch Zaun begrenzt sein. Die Zaunlänge beträgt nach wie vor 20 m, die eingezäunte Fläche soll 21 m² betragen.

- c) Wie muss Bauer Willi die Seitenlängen jetzt wählen? (4P)

Aufgabe 5: Potenzen und Wurzeln

- a) Vereinfachen Sie so weit wie möglich und geben Sie das Ergebnis ohne Brüche, nur mit positiven und negativen Exponenten an:

I) $\frac{2s}{\sqrt{s}}$ (0.5P) II) $\left(\frac{n}{3}\right)^{-4} \cdot \left(\frac{3}{n}\right)^3$ (1.5P) III) $\frac{x \cdot y^{-2} \cdot z^4}{x^3 \cdot y^{-3} \cdot z^{-1}}$ (1.5P)

- b) Vereinfachen Sie so weit wie möglich:

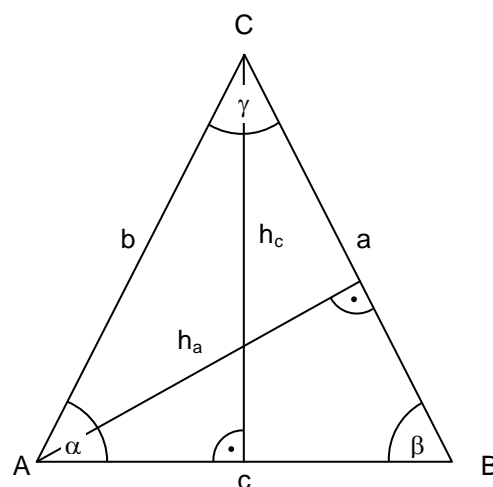
I) $\frac{a^{2m+1}}{a^{2m}}$ (0.5P) II) $\sqrt{\frac{2a^2}{b}} \cdot \sqrt{\frac{b^3}{32}}$ (1.5P) III) $\frac{\sqrt[4]{q}}{\sqrt[4]{q^{-3}}}$ (1P)

- c) In der Schweiz lebten im Jahr 2004 7.415 Millionen Einwohner. In diesem Jahr wurden pro Kopf 10.2 kg Schokolade gegessen. Wie viel kg Schokolade sind das total? Geben Sie das Ergebnis in der Normdarstellung an! (1.5P)
- d) 22.4 Liter Gas enthalten $6.02 \cdot 10^{23}$ Moleküle. Wie viel Platz braucht ein Molekül? Geben Sie das Ergebnis in der Normdarstellung (wissenschaftliche Schreibweise) in mm³ an! (2P)

Aufgabe 6: Trigonometrie

- a) Berechnen Sie die fehlenden Seiten und Winkel des folgenden gleichschenkligen Dreiecks mit den beiden Schenkeln a und b , wenn Sie folgende Angaben wissen:

$$h_a = 35.2 \text{ cm}; \quad \gamma = 51^\circ; \quad a = b \quad (6P)$$



- b) Sie haben einen Würfel mit der Kantenlänge a . Berechnen Sie den Winkel zwischen der Raumdiagonalen und dem Boden des Würfels. Erstellen Sie eine Skizze. (4P)

Aufgabe 7: Wahrscheinlichkeitsrechnung und Kombinatorik

Anlässlich der Eröffnung eines neuen Museums schart sich eine Besuchergruppe von 20 Personen vor dem Haupteingang.

- Auf wie viele Arten hinsichtlich der Reihenfolge können diese 20 Personen hintereinander durch die Türe treten? (1P)
- Der Portier kann die eineiigen Drillinge in der Gruppe der 20 natürlich nicht voneinander unterscheiden. Wie viele verschiedene Reihenfolgen sind aus Sicht des Portiers möglich? (2P)
- Das wertvollste Bild im Hochsicherheitsraum darf nur von zwei Personen gleichzeitig betrachtet werden. Wie viele verschieden zusammengesetzte 2er-Gruppen sind theoretisch denkbar? (2P)

In der Ausgangshalle des Museums wird eine Tombola durchgeführt. In einem Topf hat es 10 Gewinnerlose und 90 Nieten.

- Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass man bei einmaligem Ziehen ein Gewinnerlos zieht? (1P)
- Frau Meier darf als erste überhaupt Lose ziehen. Sie zieht 3 Lose. Stellen Sie in einem Baumdiagramm alle möglichen Ausgänge dieses Vorgangs dar. (2P)
- Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass Frau Maier ein Gewinnerlos und zwei Nieten zieht? (2P)

Aufgabe 8: Statistik

Gesellschaft	Anzahl Flugzeuge	Anzahl Passagiere	Sitzauslastung	Gewinn (2007)
<i>Air Berlin</i>	124	28.2 Mio	77 %	21.4 Mio
<i>Easyjet</i>	137	37.2 Mio	83.7 %	505 Mio
<i>Ryanair</i>	168	48.4 Mio	82 %	677 Mio
<i>Singapore Airlines</i>	101	19.1 Mio	80.3 %	3'056 Mio
<i>Lufthansa</i>	258	62.9 Mio	77.4 %	2'067 Mio
<i>Air France</i>	256	73.5 Mio	86 %	1'481 Mio
<i>British Airways</i>	245	33.1 Mio	81.2 %	2'187 Mio
<i>Swiss</i>	65	12.2 Mio	80.2 %	571 Mio

Sie sehen in der obigen Tabelle die Geschäftszahlen einiger bekannter Fluggesellschaften. Diese Werte stammen aus den aktuellen Geschäftsberichten der einzelnen Firmen. Der Gewinn ist in Schweizerfranken ausgegeben.

- a) Wie gross ist die durchschnittliche Anzahl Flugzeuge pro Fluggesellschaft? (1P)
- b) Geben Sie drei Streumasse bezüglich der Anzahl Flugzeuge über alle acht Fluggesellschaften an. (3P)

Für die folgenden Aufgaben betrachten wir nur die drei Billigfluglinien *AirBerlin*, *Easyjet* und *Ryanair*.

- c) Zeichnen Sie ein Balkendiagramm, das für jede der drei Fluggesellschaften folgende Daten enthält: (3P)
 - die maximal mögliche Anzahl Passagiere pro Jahr bei voller Sitzauslastung
 - den Gewinn im Jahr 2007

Zeichnen Sie auch den jeweiligen Mittelwert der Anzahl Passagiere und des Gewinns über alle drei Fluggesellschaften in das Diagramm ein.
- d) Berechnen Sie für jede der drei Fluggesellschaften die Anzahl Passagiere, die ein Flugzeug im Schnitt pro Jahr transportiert. (2P)
- e) Berechnen Sie für jede der drei Fluggesellschaften den Gewinn pro Passagier. (1P)