

Abschlussprüfung 2024 - Mathematik schriftlich

Klassen F3a, F3b, F3c, F3d

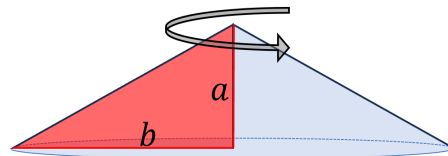
Prüfungsdauer: 3 Stunden
 Punktetotal: 50 Punkte
 Erlaubte Hilfsmittel: Von Ihren Lehrpersonen zugelassene Taschenrechner und Formelsammlungen

Bemerkungen: Beginnen Sie **jede Aufgabe** auf einem **neuen Blatt**.
 Alle Lösungswege müssen nachvollziehbar sein. Taschenrechner-Befehle wie *num-solve*, *poly-solve* und *sys-solve* sind **nur zur Kontrolle** zugelassen.
 Alle Zwischenergebnisse sind so genau wie möglich weiter zu verwenden.
Endergebnisse sind auf **zwei Stellen nach dem Komma** zu runden.

Aufgabe 1: Raum (7 Punkte)

(a) Gegeben sei ein rechtwinkliges Dreieck mit den Katheten $a = 4$ cm und $b = 7$ cm.

- i. Drehen Sie dieses Dreieck um die Kathete a und berechnen Sie das Volumen des entstandenen Kegels (siehe Abbildung). (1 P.)



- ii. Wenn man a verdoppelt und b halbiert, um wie viel Prozent ändert sich dadurch das Volumen des Kegels? (1.5 P.)

(b) Ein Holzwürfel mit Kantenlänge 60 cm ist innen hohl. Die Wanddicke des Würfels beträgt 3 cm. Berechnen Sie das Gewicht des Würfels in kg, wenn das Holz eine Dichte von $0.5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ aufweist. (2.5 P.)

(c) Bei einer zylindrischen Kerze mit 10 cm Durchmesser verbrennen in einer Stunde 30 cm^3 Wachs. Auf ihrer Verpackung stand, dass sie 120 Stunden brennen würde. Wie hoch ist die Kerze? (2 P.)

Aufgabe 2: Lineares (8 Punkte)

(a) Lineare Funktionen

Gegeben ist die Gerade g mit der Gleichung $y = \frac{1}{3}x - 2$.

- i. Zeichnen Sie die Gerade g in das Koordinatensystem auf Seite 8 ein. (1 P.)
- ii. Die Gerade g verläuft durch den Punkt $P(x| -6.5)$. Berechnen Sie die zugehörige x -Koordinate. (1 P.)
- iii. Eine weitere Gerade h verläuft durch den Punkt $A(-5|9)$ und besitzt eine Nullstelle bei $x = 10$. Berechnen Sie die Gleichung der Geraden h . (1.5 P.)
- iv. Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunkts der Geraden g und der Geraden i mit der Gleichung $y = -\frac{3}{5}x + 6$. (2 P.)

(b) Lineare Gleichungssysteme

Zur Durchführung eines Skilagers wird ein grosses Lagerhaus für 103 Personen reserviert. Die männlichen Personen werden in 3-Bett-Zimmern untergebracht, die weiblichen Personen in 4-Bett-Zimmern. Insgesamt stehen 29 Zimmer zur Verfügung. Das Lagerhaus ist mit dieser Gruppe vollständig belegt, es ist kein Bett mehr frei. Berechnen Sie, aus wie vielen männlichen und wie vielen weiblichen Personen die Reisegruppe besteht. (2.5 P.)

Aufgabe 3: Trigonometrie und Strahlensätze (6 Punkte)

- (a) Zum Schutz von Nutzpflanzen werden Pflanzenschutzmittel angewendet. Die Anwendung von Pflanzenschutzmitteln erfolgt oft mithilfe von Düsen (siehe nachstehende nicht masstabgetreue Abbildungen; die Dreiecke stellen den Sprühbereich dar).



Abbildung 1: Traktor mit Sprühbalken

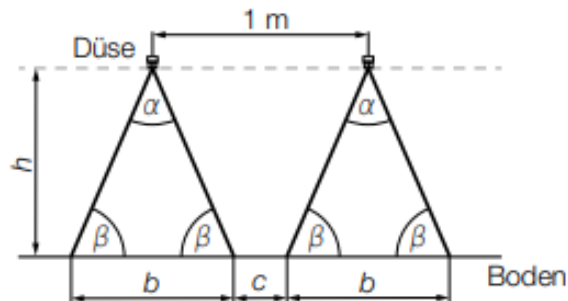


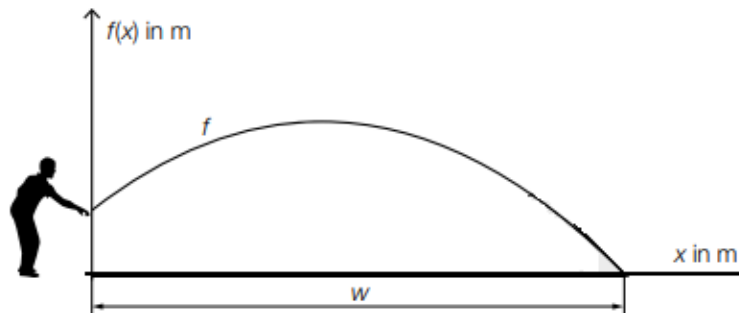
Abbildung 2: Abmessungen Sprühbalken

Es gilt: $\alpha = 70^\circ$; $c = 30 \text{ cm}$

- i. Berechnen Sie die Breite b , welche besprüht werden kann. (1 P.)
 - ii. Berechnen Sie die Höhe h . (1.5 P.)
 - iii. Wie muss die Höhe h bei gleichem Sprühwinkel α verändert werden, so dass der Boden ganz besprüht wird? ($c = 0 \text{ cm}$) (1 P.)
- (b) Der Mond hat einen Durchmesser von $D = 3476 \text{ km}$. Stellt man nun ein Fünf-Rappen-Stück (mit Durchmesser $d = 16 \text{ mm}$) in einer Entfernung von $a = 170 \text{ cm}$ vom Auge entfernt zwischen Auge und Mond, so wird der Mond durch das Fünf-Rappen-Stück gerade vollständig verdeckt. Wie weit vom Auge entfernt befindet sich der Mond? Skizzieren Sie zunächst die Situation und beschriften Sie die notwendigen Längen. (2.5 P.)

Aufgabe 4: Quadratisches (7 Punkte)

- (a) Boule ist eine Sportart, bei der Kugeln geworfen werden. Ziel ist es, mit den eigenen Kugeln möglichst nah an eine Zielkugel zu gelangen.
Peter wirft eine Kugel. Die Flugbahn dieser Kugel kann näherungsweise durch den Graphen der Funktion $f(x) = -0.1x^2 + 0.75x + 1.1$ beschrieben werden (siehe nachstehende Abbildung).



- i. In welcher Höhe verlässt die Kugel die Hand des Werfers? (0.5 P.)
 - ii. Berechnen Sie die Wurfweite w . (2 P.)
 - iii. Geben Sie die Koordinaten des höchsten Punktes der Boulekugel an. (1.5 P.)
- (b) Subtrahiert man vom Produkt zweier aufeinanderfolgender ganzer Zahlen 62, so erhält man das 30-Fache der kleineren Zahl. Berechnen Sie die beiden Zahlen. (3 P.)

Aufgabe 5: Potenzen, Wurzeln und Logarithmen (7.5 Punkte)

- (a) Vereinfachen Sie so weit wie möglich. Im Ergebnis dürfen keine negativen Exponenten und keine Wurzeln stehen.

i. $2x^4 \cdot 3.4x^6$ (1 P.)

ii. $\frac{5a^3b}{12c^5} \cdot \frac{36c^2}{45ab^3}$ (1 P.)

iii. $\frac{(5y^{-4})^3}{\sqrt[3]{27y^3}}$ (1.5 P.)

- (b) Bestimmen Sie die Lösung der Gleichung (1.5 P.)

$$3 + \log_5(8x + 1) = 7$$

- (c) Unter Normalbedingungen befinden sich in 22.4 Litern eines Gases etwa $6.02 \cdot 10^{23}$ Moleküle. Geben Sie die folgenden Ergebnisse in der wissenschaftlichen Schreibweise an.

- i. Aus wie vielen Molekülen besteht 1 cm^3 dieses Gases unter Normalbedingungen? (1.5 P.)

Sollten Sie diese Teilaufgabe nicht lösen können, rechnen Sie bei der folgenden Teilaufgabe mit dem (falschen) Ergebnis $2.96 \cdot 10^{19}$ weiter.

- ii. Diese in 1 cm^3 enthaltenen Moleküle denken wir uns gleichmässig über die gesamte Erdoberfläche mit $5.10 \cdot 10^8 \text{ km}^2$ verteilt. Wie viele Moleküle würden auf 1 cm^2 entfallen? (1 P.)

Aufgabe 6: Wachstum und Zerfall (6.5 Punkte)

Der Holzbestand eines Waldes wird aktuell auf $200'000 \text{ m}^3$ geschätzt. Man geht davon aus, dass er sich exponentiell vergrössert und in 10 Jahren auf $275'000 \text{ m}^3$ angewachsen sein wird, wenn durch die Forstwirtschaft keine Bäume geschlagen werden („Holzernte“).

- (a) Bestimmen Sie den jährlichen Wachstumsfaktor für den Holzbestand auf fünf Nachkommastellen gerundet. (1.5 P.)

Rechnen Sie nun mit dem Wachstumsfaktor $a = 1.0325$ weiter.

- (b) Wie viel m^3 Holz wird in dem Wald in 25 Jahren vorhanden sein? (1 P.)
- (c) Wie lange dauert es, bis sich der Holzbestand verdoppelt hat? (1.5 P.)
- (d) In nachhaltig bewirtschafteten Wäldern wird in der Regel nur ein Teil des Holzzuwachses geerntet, um die langfristige Gesundheit des Waldes zu gewährleisten. Wir gehen davon aus, dass in diesem Wald jährlich 40% des Holzzuwachses geerntet wird. Wie gross wäre dann der Wachstumsfaktor? (1 P.)

In einem anderen Wald wächst der Holzbestand innerhalb von 15 Jahren um 35%.

- (e) Wie gross ist die jährliche Holzzunahme in Prozent? (1.5 P.)

Aufgabe 7: Statistik, Kombinatorik und Stochastik (8 Punkte)

Ein Landwirtschaftsbetrieb möchte gern seine Erträge optimieren. Dazu hat er verschiedene Untersuchungen vorgenommen.

- (a) Bei einem Versuch mit Sommerweizen erzielte man auf sechs verschiedenen Feldern folgende Körnererträge in Gramm pro m^2 Fläche:

640	530	700	850	950	710
-----	-----	-----	-----	-----	-----

Berechnen Sie das arithmetische Mittel, den Median und die Standardabweichung. Das Taschenrechner-Menü *stat-reg* ist zugelassen. (1.5 P.)

- (b) In einer zweiten Versuchsreihe mit 10 Feldern wurde als arithmetisches Mittel 820 g und als Standardabweichung 124.23 g berechnet. Erklären Sie mithilfe dieser Zahlenwerte die Bedeutung der Standardabweichung. (1 P.)

Die Untersuchungsergebnisse werden einer Arbeitsgruppe des Landwirtschaftsbetriebs präsentiert, die aus sieben Personen besteht.

- (c) Zur Begrüssung schütteln sich alle sieben Anwesenden die Hand. Wie viele solcher Begrüssungen gibt es? (1 P.)
- (d) Die sieben Personen nehmen in einer Stuhlreihe mit sieben Stühlen Platz. Wie viele verschiedene Sitzanordnungen sind möglich? (1 P.)
- (e) Aus den sieben Personen werden zwei ausgewählt, die einen Vorschlag für den Düngemiteleinsatz im nächsten Jahr erarbeiten sollen. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass die beiden Freunde Urs und Ueli die beiden ausgewählten Personen sind? (1 P.)

In der Schweiz wächst auf 60% der landwirtschaftlichen Flächen Futtermittel für die Tierhaltung.

- (f) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass von fünf zufällig ausgewählten landwirtschaftlichen Flächen...
- mindestens auf einer Fläche Futtermittel angebaut werden. (1 P.)
 - genau auf einer Fläche Futtermittel angebaut werden. (1.5 P.)

Koordinatensystem für Aufgabe 2:

Name: _____

Klasse: _____

